

Überlegungen zu Jagdstrategien bei Räuber-Beute-Modellen

Thomas Treutner (0306814)

30. November 2006

Lotka und Volterra Die Volterra-Gesetze, auch Lotka-Volterra-Gesetze oder Lotka-Volterra-Regeln genannt, umfassen drei Gesetze zur quantitativen Beschreibung der Populationsdynamik in Räuber-Beute-Beziehungen. Sie wurden 1925 und 1926 unabhängig voneinander von dem österreichisch-amerikanischen Mathematiker Alfred James Lotka und dem italienischen Mathematiker und Physiker Vito Volterra formuliert. Durch diese Gesetze wurden erstmals Aspekte der Populationsentwicklung unter interspezifischer Konkurrenz quantitativ formuliert:

Erstes Volterra-Gesetz (periodische Schwankung der Populationen): Die Individuenzahlen von Räuber und Beute schwanken bei ansonsten konstanten Bedingungen periodisch. Dabei folgen die Maxima der Räuberpopulation phasenverzögert denen der Beutepopulation.

Grund dafür ist, dass bei einer hohen Anzahl von Beutetieren oder -pflanzen die Räuber mehr Nahrung und erhöhte Vermehrungschancen haben. Da die Jungtiere der Räuber einige Zeit zum Heranwachsen benötigen, kommt das Maximum der Räuber erst deutlich später zustande. Mit steigender Anzahl der Räuber wächst der Druck auf die Beutepopulation, sie sinkt. Mit abnehmender Populationsdichte der Beute sinkt aber auch der Jagderfolg der Räuber, so dass auch deren Population mangels Nahrung absinkt. Der verringerte Feinddruck lässt nun wieder die Beutepopulation ansteigen usw. Als Lehrbuchbeispiel für das Erste Volterra-Gesetz gelten die Fangaufzeichnungen der Hudson Bay Company, die über 90 Jahre lang geführt wurden. Danach schwankten der Eingang von Fellen von Luchsen (Räuber) und Schneehasen (Beute) mit einer Periode von 6,9 Jahren. Mathematisch formuliert ergeben sich folgende gekoppelte Differentialgleichungen:

Zeitliche Veränderung der Beutepopulation

$$\frac{dx}{dt} = \alpha \cdot x - \beta \cdot x \cdot y$$

mit x: Zahl der Beutetiere

y: Zahl der Räuber

α : Geburtenrate der Beute

$\alpha \cdot x$: Zuwachs der Beute

β : Sterberate der Beute

$\beta \cdot x \cdot y$: Abnahme der Beute

Zeitliche Veränderung der Räuberpopulation

$$\frac{dy}{dt} = \gamma \cdot x \cdot y - \delta \cdot y$$

mit $x \cdot y$: Kontakthäufigkeit der beiden Arten

γ : Geburtenrate der Räuber

$\gamma \cdot x \cdot y$: Zuwachs der Räuber

δ : Sterberate der Räuber

$\delta \cdot y$: Abnahme der Räuber

Man sieht bereits ohne Lösung der Differentialgleichungen, dass sich beide gegenseitig beeinflussen (Parameter x und y). So hängt der Zuwachs der Räuber sowohl von der generellen Geburtenrate als auch von der Wahrscheinlichkeit ab, mit der Räuber ein Beutetier fressen. Die Abnahme der Beute hängt nicht nur von der generellen Sterberate, sondern wiederum auch von der Kontakthäufigkeit ab.

Zweites Volterra-Gesetz (Konstanz der Mittelwerte): Die durchschnittliche Größe (Mittelwert) einer Population ist konstant.

$$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = const = \frac{\gamma}{\delta}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = const = \frac{\alpha}{\beta}$$

Im Phasenschaubild (x - y -Diagramm) ist dieses Wertepaar ein Fixpunkt. Wählt man beliebige Startparameter, ist dieser Punkt der Mittelpunkt des Phasenverlaufs.

Drittes Volterra-Gesetz (schnelleres Wachstum der Beutepopulation): Wird eine Räuber-Beute-Beziehung zeitlich begrenzt gestört, so erholt sich die Beutepopulation schneller als die Räuberpopulation.

Diese Gesetze sind streng allerdings nur dann anwendbar, wenn eine Beziehung nur zwischen zwei Arten besteht. Sie können allerdings auch bei komplexeren Nahrungsbeziehungen (mehrere Beutearten, mehrere Räuber, die in Nahrungskonkurrenz bezüglich der Beutearten stehen) zur groben Abschätzung verwendet werden.

Meiner Auffassung nach muss der Gültigkeitsbereich aber insofern eingeschränkt werden, als diese Gesetze nur für Populationen ab einer bestimmten Größe aussagekräftig sind. Nehmen wir das Beispiel mit den Hasen und Füchsen. Würde man nur kleine Populationen (z.B. 20 und 2) betrachten, muss man bedenken, dass ein Treffen zwischen einem halben Hasen und einem ganzen Fuchs wohl kaum irgendeine reale Bedeutung haben kann. Bei großen Populationen spielen diese Effekte jedoch nur mehr einen geringere Rolle und können vernachlässigt werden.

Die Hasenjagd Ist man nun in der Situation, selbst Jagd auf z.B. Hasen zu machen, stellt sich die Frage, wie man das optimaler Weise machen kann, welche Dinge bedacht werden sollten etc. Die

Ansicht, was optimal sei, ist jedoch subjektiv und muss vordefiniert sein. Die Antwort hängt eben von der Frage ab, die man gestellt hat. Ich möchte einige wenige Szenarios durchspielen, die mir als behandelenswert erschienen:

Ertragsorientiertes Modell: Will man möglichst viele Hasen selbst schießen und nicht den natürlichen Feinden überlassen, so kann man die Zahl der Füchse dezimieren oder auf konstant niedrigem Niveau halten. Die überschüssigen Hasen muss man nun aber auch selbst schießen, da es sonst zu heftigem Wachstum kommen kann, wenn natürlich Feinde fehlen. Rottet man alle natürlichen Feinde aus, muss der Mensch die Predator-Rolle überhaupt vollständig übernehmen. Es gibt dieses Problem z.B. in der Schädlingsbekämpfung, etwa in Weingärten. Oftmals werden Insektizide gespritzt, die nicht artspezifisch, sondern flächendeckend töten. Dabei dezimiert man meist nicht nur den Schädling, sondern auch dessen natürliche Feinde. Da die Beute-Population so gut wie immer schneller wächst als die des Jägers, wird die erstere bald deutlich größer sein als zuvor. In vielen Weingegenden werden daher natürliche Feinde ausgesetzt, vor dem ersten Frost eingewintert und im Frühjahr wieder ausgesetzt.

Ökologische Variante: Es gibt Konstellationen von Populationsgrößen, die nahe dem Fixpunkt und daher relativ stabil sind und nur leicht und Sinus-ähnlich oszillieren. Wie groß die Populationen dafür sein müssen, hängt von den Rahmenbedingungen (Parameter α bis δ) ab. Man könnte daher versuchen, etwa während der Wachstumsphase der Beute-Population korrigierend einzugreifen. Dadurch sinkt der Zuwachs bei beiden Populationen. Der Peak wird nicht zackig, sondern gleitend. Die maximalen Amplituden werden nur langsam größer und können nach einiger Zeit wieder korrigiert werden. Von vornherein ist jedoch nicht gesagt, dass eine normale Jagd möglich ist, ohne die Beute-Population auszurotten.

Nachhaltiges Jagen: Man könnte sich auch fragen: In welchem Zeitraum kann ich wie viele Hasen schießen um das System nicht in größere Schwingungen zu versetzen, aber ohne irgendeine Population auszurotten? Ich denke, dass das eine der schwierigeren Fragen ist, da sie eine genaue Kenntniss von den Zuständen und Parametern, die in der Natur herrschen, verlangt. Man könnte natürlich versuchen, die Populationsentwicklung möglichst genau zu verfolgen, um daraus die benötigten Parameter zu gewinnen, damit das System modelliert werden kann und Voraussagen über die Zukunft getroffen werden können. Inwieweit das aber realistisch durchführbar ist, entzieht sich momentan noch meinem Kenntnisstand.